Botos Katalin (szerk.): Pénzügyek és globalizáció
SZTE Gazdaságtudományi Kar Közleményei 2005. JATEPress, Szeged 215–231 o.

Bázel II. és granularitás

*Janecskó Balázs**

A tanulmánynak nem célja, hogy szabályozói szempontból bemutassa a Bázel II. tőkeegyezmény legfontosabb elveit (pl. három pillér, választható módszerek, kockázatkezelési folyamatok, stb.), célkitűzéseit, leglényegesebb pontjait. A téma részletes kifejtése megtalálható a Bázeli Bizottság honlapján (www.bis.org), ahonnan maga az új tőkeegyezmény tervezet is letölthető, továbbá a PSZÁF (www.pszaf.hu) Bázel II. oldalán, ahol nagyon hasznos útmutatók, magyar fordítások találhatóak, illetve hasznos linkek is elérhetőek például az EU Bázel II. anyagot leképező direktíva tervezetéhez. Jelen cikkben az általános megállapítások helyett a Bázel II. új szabálytervezet mögöttes közgazdasági, matematikai hátterét, modelljét fogom elemezni, továbbá felvázolom a Bázel II.-ből kimaradó koncetrációs kockázatok figyelembevételének is egy egyszerű módját.

Kulcsszavak: Bázel II., prudens működés, granularitás

1. Bevezetés

Egy bank prudens, ugyanakkor optimális tőkegazdálkodású működéséhez elengedhetetlen, hogy tőkeellátottsága közgazdasági értelemben megfelelő legyen, és a tőkét tevékenységei között optimális módon allokálja. Egy bank tőkeellátottsága akkor mondható megfelelőnek, ha a tőkéje egy előre meghatározott biztonsági szinten fedezi az éven belül (vagy egyéb időtávon) várható maximális hitelezési veszteségeket[1] [ez a hitelezési kockáztatott érték *(Credit Value at Risk)*].

A biztonsági szint egy lehetséges meghatározási módja lehet, hogy a bank rögzíti a saját elérendő hiteladós minősítését (például a Moody's Aa minősítését), és ezután megcélozza az ehhez a minősítéshez tartozó default valószínűséget (például 99,97 százalékot). Ilyen historikus alapú rating-csődvalószínűség táblázatokat olvashatunk például az évente megjelenő Moody's tanulmányban (*Moody's* 2001).

Tőkeallokáció alatt azt a folyamatot értjük, amikor egy bank meghatározza, hogy az egyes tevékenységei (például üzletágai, régiói, a hitelek egyes iparági szegmensei) milyen mértékben járulnak hozzá a teljes hitelkockázathoz (a tőkeallokációs problémát számos cikk tárgyalja, pl. *Hallerbach* (1999), *Tasche* (1999)), és így ki lehet alakítani a közgazdasági tőkeköltséget is figyelembe vevő teljesítményértékelési rendszert. A hatékonyabb részterületek dinamikusabb növelésével, illetve a kockázatok figyelembe vétele után kevésbé profitábilis

* Janecskó Balázs, főosztályvezető, Raiffeisen Bank Rt. (Budapest)

[1] A tőke a hitelezési veszteségeken felül még egyéb kockázatokat is fedez, például a piaci és működési kockázatokból származó veszteségeket.

tevékenységének visszafogásával maximalizálható a bank egészének hozzáadott gazdasági értéke (a tiszta profit).

Egy bank hatékony működésének megteremtésében tehát alapvető fontosságú a teljes banki portfólió kockázatának és az alportfóliók kockázati hozzájárulásainak meghatározása.

A portfóliószemléletű hitelkockázati modellek lényege abban áll, hogy egy részportfólió (tevékenység, üzletág) vagy akár egyetlen tetszőleges hitel kockázati hozzájárulása sem független az egész portfólió összetételétől. Ennek egyszerűen az a magyarázata, hogy az egyes vállalatok csődfolyamatai összefüggnek (korrelálnak) egymással. A korrelációkból következik az is, hogy a teljes portfólió kockázata általában kisebb, mint az egyedi kockázatok összege, azaz a portfólió kockázatában diverzifikációs hatás lép fel.

Az új Bázel II. Tőkeegyezmény (*Basel Committee on Banking Supervision* 2003) a belső minősítésen alapuló módszerében *(IRB Approach: Internal Ratings Based Approach)* az egyes ügyletek tőkeigényét egy kötelezően alkalmazandó képlettel határozza meg, amelyben csak az adott ügylet és ügyfél kockázati paraméterei szerepelnek. Egy ilyen formula létezéséből látszólag következik, hogy a mögöttes közgazdasági elmélet nem tükrözhet portfóliószemléletet, hiszen akkor egy adott ügylet tőkekövetelménye nem lehetne portfólió-invariáns, azaz független a portfóliót alkotó többi kintlevőség jellemzőitől. A cikkben bemutatom, hogy e következtetés ellenére az IRB módszer mögött ténylegesen egy egyszerűsített portfólió-szemléletű hitelkockázat modellezés húzódik meg.

2. Az IRB módszer matematikája

Ebben a részben részletes levezetést adok a Bázel II. IRB módszerénél alkalmazott ügyfélkockázati súly képletének meghatározására. Az IRB matematikai hátterével számos cikk foglalkozik (*Gordy* 2001, *Wilde* 2001).

A teljes portfólión realizálódó veszteség a portfólió elemeken realizálódható veszteségek összegeként fejezhető ki:

$$L = \sum_A L_A I_A ,$$

ahol I_A egy bináris kimenetű véletlen érték (az A adós csődindikátor függvénye):

$$I_A = \begin{cases} 1, & \text{ha A defaultba kerül} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

és L_A természetesen az A adós csődje esetén realizálódó veszteség, azaz a kihelyezés mögé elhelyezett biztosítéki értékekkel korrigált veszteség értéke. Bázel II. terminológiában L_A a kockáztatott kihelyezés (EAD, *Exposure at Default*) és a fedezetlen kintlevőség hányadot megadó veszteség ráta (LGD, *Loss Given Default*) szorzata.

Az L hitelkockázati veszteség tehát egy valószínűségi változó, statisztikai tulajdonságainak leírásához első lépésben a két legelemibb jellemzőjét: a várható értékét és a szórását határozzuk meg.

Tegyük fel, hogy minden adósra meghatározható egy hosszú távú, átlagos (feltétel nélküli, *unconditional*) csődvalószínűség. Bizonyos adósminősítési (rating) kategóriákban például historikus adatgyűjtés segítségével lehet elemezni az éves nemfizetési gyakoriságokat:

$$\Pr(I_A = 1) = \bar{p}_A .$$

Bázel II. szóhasználatában ezt a hosszú távú nemteljesítési valószínűséget jelöli a PD *(Probability of Default)* rövidítés. Minimum követelmény, hogy legalább 5 év historikus tapasztalatai alapján kell a Bázel II.-t alkalmazó bankoknak PD-t becsülni, tehát valóban hosszú távú, átlagos PD becslést kell alkalmazni.

Egy adott makroökonómia konjunkturális helyzetben a tényleges csődgyakoriság eltér a hosszú távú átlagos értéktől. Jelöljük a feltételes csődvalószínűséget a következő módon:

$$\Pr(I_A = 1 \mid X) = p_A(X),$$

ahol X, a csődvalószínűséget befolyásoló tényezők, faktorok véletlen vektorát jelöli. Bázel II. feltételezi, hogy a biztosítéki érték ingadozás nem függ a makrohelyzettől, és még ennél is továbbmenve, hogy L_A és I_A független valószínűségi változók (ez lényegében a csőd és biztosítéki egyedi kockázatok függetlenségét is jelenti). Megjegyzem, hogy ez a leegyszerűsítés elvileg hibás és felesleges is mivel a biztosítékok értéke egyrészt érzékeny a makrokörnyezetre – gondoljunk csak pl. az ingatlanpiaci árak alakulására –, másrészt a „csőd-fedezet korreláció" matematikailag könnyen kezelhető is lenne, lsd. pl. *Burgisser–Kurth–Wagner* (1999, 2001), Frey (2000a, 2000b), Janecskó (2002).

Az A adós csődje esetén a keletkező veszteség várható értéke:

$$E(L_A) = \overline{L}_A.$$

A teljes veszteség feltételes várható értéke, kihasználva tehát a biztosítéki értékek konjunktúra-függetlenségét (azaz L_A és I_A függetlenségét) a következőképpen származtatható:

$$E(L \mid X) = E\left(\sum_A L_A I_A(X)\right) = \sum_A E\left(L_A I_A(X)\right) = \sum_A E(L_A) E(I_A \mid X) = \sum_A \overline{L}_A p_A(X)$$

Röviden tehát:

$$E(L \mid X) = \sum_A \overline{L}_A p_A(X)$$

A teljes veszteség feltételes szórásnégyzetének kiszámításakor kihasználjuk, hogy X ismeretében a csődindikátor függvények is függetlenek:

$$\sigma^2(L \mid X) = \sigma^2\left(\sum_A L_A I_A(X)\right) = \sum_A \sigma^2\left(L_A I_A(X)\right)$$

A szórásnégyzet definíciója szerint:

$$\sigma^2\left(L_A I_A(X)\right) = E\left(L_A^2 I_A^2(X)\right) - E^2\left(L_A I_A(X)\right)$$

Újra felhasználva L_A és I_A függetlenségét a négyzetes tag várható értéke a következő levezetéssel adódik:

$$E\left(L_A^2 I_A^2(X)\right) = E\left(L_A^2\right) E\left(I_A^2(X)\right) = \left\{\sigma^2(L_A) + \overline{L}_A^2\right\}\left[p_A(X)\cdot 1^2 + \left(1 - p_A(X)\right)\cdot 0^2\right]$$

A várható érték négyzete triviálisan számolható:

$$E^2\left(L_A I_A(X)\right) = E^2(L_A)\, E^2(I_A \mid X) = \overline{L}_A^2\, p_A^2(X)$$

Mindezen számítások alapján tehát a teljes veszteség feltételes szórásnégyzetére a következő formula adódik:

$$\sigma^2(L \mid X) = \sum_A \overline{L}_A^2 \left\{ p_A(X)\left(1 - p_A(X)\right) + p_A(X) \underbrace{\left(\frac{\sigma(L_A)}{\overline{L}_A}\right)^2}_{\tilde{\sigma}^2(L^A)} \right\}$$

Egy ismert valószínűségszámítási tétel szerint a feltétel nélküli veszteség szórásnégyzete felírható a feltételes szórásnégyzet várható értékének (ez a tag az idioszinkratikus (egyedi, vagy diverzifikálható) kockázatokat képviseli) és a feltételes várható érték szórásnégyzetének összegeként (ez a tag a szisztematikus, nem diverzifikálható kockázatot jeleníti meg):

$$\sigma^2(L) = \underbrace{E\left[\sigma^2(L \mid X)\right]}_{\sigma^2_{\mathrm{DIV}}} + \underbrace{\sigma^2\left(E(L \mid X)\right)}_{\sigma^2_{\mathrm{SYS}}}$$

Ezen állítás matematikai bizonyítását lábjegyzetben adjuk meg[2]. Eddig a pontig tehát sikerült meghatároznunk a veszteség várható értékét és szórását.

Az egyedi kockázatok (aszimptotikusan) végtelenül finoman szemcsézett portfólióbeli diverzifikálódása viszonylag könnyen belátható (lsd. *Burgisser–Kurth–Wagner* (2001) vagy *Wilde* (2001)), mivel a nem szisztematikus és a szisztematikus varianciák aránya a portfólió elemszámával fordítottan arányosan alakul (ui. $\sigma^2_{\mathrm{DIV}} \propto N$ és $\sigma^2_{\mathrm{SYS}} \propto N^2$). Az elhanyagolás pontos feltételeit a következő fejezetben fejtem ki. Emiatt lényegében a veszteség valószínűségi leírása teljes egészében a veszteség feltételes várható értékének (azaz a szisztematikus veszteség) vizsgálatával ragadható meg[3]:

$$L \approx E(L \mid X).$$

Ez tehát azt jelenti, hogy a veszteség valószínűségi jellege kizárólag a makrofaktor véletlenszerűségéből fakad. Mivel a csődvalószínűség a konjunktúra faktor monoton csökkenő függvénye, ezért a feltétel nélküli veszteség percentilisének meghatározásakor a következő összefüggés alkalmazható:

$$\mathrm{VaR}_q = \mathrm{VaR}_q\left(E(L \mid X)\right) = E\left(L \mid \mathrm{VaR}_q(X)\right) = \sum_A \overline{L}_A p_A\left(\mathrm{VaR}_q(X)\right)$$

Ezzel a q biztonsági szinten meghatározott közgazdasági (és egyben szabályozói) tőkeigényt felírtuk az egyes adósokra vonatkozó tőkeigények összegeként. Külön is kiírható tehát az A adós szisztematikus kockázati hozzájárulása:

$$S_A = \overline{L}_A p_A\left(\mathrm{VaR}_q(X)\right)$$

Látható, hogy a tőkekövetelmény a csőd esetén várható veszteség (EAD×LGD) és egy ügyfélkockázati súly szorzataként áll tehát elő. A Bázel II. tervezetben a kockázati súly (RW, risk weight) ezen ügyfélkockázati súly 8 százalékkal osztott értéke, mivel a szabályozói logikában (Bázel I hagyományai alapján) a tőkekövetelmény a kockázattal súlyozott eszközérték 8 százaléka. Az RW-t tehát a következő képlet határozza meg:

$$\mathrm{RW}_A = 12.5 \cdot p_A\left(\mathrm{VaR}_q(X)\right)$$

Ezen a ponton a továbblépéshez a feltételes csődvalószínűség képletét kell kibontanunk. A Bázel II. modellben feltételezik, hogy az X makrofaktor standard normális eloszlást követ, és az A adós fizetési képesség folyamata (amelyet y_A-val jelölünk) $\sqrt{\varrho_A}$ értékben korrelál X-vel és szintén standard normális eloszlást követ:

---

[2] $E[\sigma^2(L \mid X)] + \sigma^2(E(L \mid X)) = E_X[E_L(L^2 \mid X) - E_L^2(L \mid X)] + E_X[E_L^2(L \mid X)] - E_X^2[E_L(L \mid X)] =$
$= E_X[E_L(L^2 \mid X)] - [E_X^2[E_L(L \mid X)] = E(L^2) - E^2(L) = \sigma^2(L)$

[3] Pontosabban az látható, hogy a portfólió veszteség szórása megegyezik a feltételes várható érték szórásával. Ez még nem jelenti az eloszlások egyezőségét is, ugyanakkor belátható, hogy ez is teljesül. Ennek részletes levezetését pl. a *Gordy* (2001) cikkben olvashatjuk.

$$y_A = \sqrt{\varrho_A} X + \sqrt{1-\varrho_A}\,\varepsilon$$

Szokás a fizetési képesség folyamat helyett az A adós vállalati eszközérték folyamatáról beszélni (*Gupton–Finger–Bhatia* 1997). A modell szerint, ha a fizetési képesség (az eszközérték) egy bizonyos küszöbérték (az idegen források értéke) alá esik, akkor az adós csődbe jut. A küszöbértéket a hosszú távú (átlagos) feltétel nélküli csődvalószínűség alapján lehet meghatározni:

$$Pr\left(y_A < K\right) = \bar{p}_A$$

Mivel a fizetési képesség folyamat standard normális eloszlású, ezért a *K* küszöbérték kifejezhető az inverz kumulatív standard eloszlásfüggvény segítségével:

$$K = \Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right)$$

Egy konkrét makrofaktor realizáció esetén a fizetőképességi folyamatot már csak az ε egyedi véletlen (idioszinkratikus vagy szerencse) faktor alakítja, amelynek eloszlása szintén standard normális és természetesen független a szisztematikus faktortól. Tehát egy konkrét makrokörnyezetben a csőd akkor következik be, ha az egyedi faktor ingadozása a fizetőképességi értéket a csődküszöb alá téríti. Ez alapján a feltételes csődvalószínűség levezetése a következő lesz:

$$p_A(X) = Pr\left(y_A(X) < K\right) = \Pr\left(\sqrt{\varrho_A}X + \sqrt{1-\varrho_A}\,\varepsilon < \Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right)\right) = \Pr\left(\varepsilon < \frac{\Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right) - \sqrt{\varrho_A}X}{\sqrt{1-\varrho_A}}\right)$$

és mivel ε standard normális eloszlású, ezért a jobb szélső valószínűség felírható a kumulatív standard normális eloszlás segítségével:

$$p_A(X) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right) - \sqrt{\varrho_A}X}{\sqrt{1-\varrho_A}}\right)$$

A konjunktúra mutató magas értékei esetén a képletből jól láthatólag csökken a csőd valószínűsége. Korábban láttuk, hogy a Bázel II. anyag kockázati súlyfüggvénye lényegében egy magas *q* biztonsággal a maximális csődvalószínűség értékre van beállítva. A makrofaktor percentilisét szintén az inverz standard normális eloszlásból számolhatjuk ki:

$$\mathrm{VaR}_q(X) = \Phi^{-1}(1-q)$$

Mindezeket felhasználva a fedezetlen kintlevőség (LGD EAD) százalékában kifejezett tőkekövetelmény (CR, *Capital Requirement*) matematikai formulája a következőképpen számolható:

$$\mathrm{CR}_A = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right) - \sqrt{\varrho_A}\,\Phi^{-1}(1-q)}{\sqrt{1-\varrho_A}}\right)$$

A bázeli ajánlás a *q* biztonsági szintet egységesen (minden ügyfélre) 99,9 százalékos értékre állítja be. Érdekes, hogy ezzel a szabályozás lényegében a bankok kockázatosságát egységesíti, hiszen a fenti szabályok szerint megképzett tőkével rendelkező bankok csőd-

valószínűsége egységesen 0,1 százalék lenne. Nyilván a bankok kockázatossága közötti különbséget az okozhatja, ha a jogszabályi minimumnál több tőkét képeznek meg.

A bázeli tervezetben a fizetőképességi (vagy eszközérték) folyamat leírásában alkalmazott korreláció értéke általában nem állandó, hanem függ a becsült feltétel nélküli $\bar{p}_A$ csődvalószínűség értékétől[4]. A korreláció, amely a szisztematikus kockázatnak való kitettséget kvantifikálja eltérő a különböző ügyféltípusoknál. Például nagyvállalatokra 24 százalékról 12 százalékra csökkenhet a csődvalószínűség 0 százalékról 100 százalékra növelése során. Ez azt jelenti, hogy a hosszú távú csődvalószínűség romlása a makrogazdasági helyzetre való érzékenységet csökkenti, tehát Bázel II. feltételezése szerint a nagyon jó ratingelésű cégek érzékenyebben reagálnak a konjunkturális ingadozásokra, mint a rosszabb besorolású vállalatok. A PD növekedése okozta tőkekövetelmény növekedést tehát bizonyos mértékben a szisztematikus kockázati faktorra vonatkozó korrelációs tényező csökkenése kompenzálja (egy dekonjunkturális helyzetben ez éppenséggel a szabályozás prociklikusságát tompíthatja). A kis és közepes vállalatoknál (ahol az éves árbevétel 50 millió EUR alatt marad) a korrelációs tényező értékét még a vállalat mérete is befolyásolja. A korrelációs tényező kiigazítására (csökkentésére) az 5 millió EUR árbevétel küszöbig van lehetőség, további árbevétel csökkenés már nem vehető figyelembe a korrelációs faktor csökkentésében. A küszöbértéknél ϱ_A 20 százalékról maximum 8 százalékig tud lecsökkenni a csődvalószínűség emelkedésével. A lakossági jelzálog hiteleknél konstans 15 százalékos korrelációs értéket helyettesítenek a kockázati súlyfüggvénybe. A megújuló lakossági hitelek esetén 11 százalék és 2 százalék, az egyéb lakossági hiteleknél, pl. a személyi kölcsönöknél 17 százalék és 2 százalék közötti értéket vehet fel a korreláció. Érdekességként itt még újra kiemelném, hogy a fizetési képesség folyamat és a szisztematikus faktor közötti tényleges korreláció e most megadott korrelációs paraméterek négyzetgyökeként adódik (pl. a 24%-os nagyvállalati felső küszöb valójában $\sqrt{24\%} = 49\%$-os eszközérték-makrofaktor korrelációt takar!).

Összefoglalva tehát a kockázati súlyfüggvény az adós (feltétel nélküli) csődvalószínűségétől, a biztonsági szinttől és a makroérzékenységét mérő korrelációs faktortól függ. Ezen túlmenően a bázeli szabályozásban még egy paraméter: a kintlevőség futamideje is szerepel, ennek bevezetése azonban nem modellen, hanem empirikus, ad-hoc érték beállításon alapul (alapesetnek a 2,5 éves lejáratot feltételezik). A tőkekövetelmény lejárati idő szerinti alakulását részletesen *Kalkbrener–Overbeck* (2002) vizsgálták.

[4] A korrelációs függvény bázeli alakja leginkább politikai alkufolyamat mintsem tudományos megfontolások eredménye, bár bizonyos kvalitatív érvelés hozzárendelhető. A bázeli korrelációs értékek valójában egy nagyságrenddel nagyobbak az empirikusan mérhető értékeknél (lsd. *Hamerle–Liebig–Rösch* 2003). A legáltalánosabb, vállalati méretkorrekciót is tartalmazó felírás a következő:

$$\varrho = \varrho_1 \frac{1-e^{-50\,\bar{p}}}{1-e^{-50}} + \varrho_2\left(1 - \frac{1-e^{-50\,\bar{p}}}{1-e^{-50}}\right) - 0.04\left(1 - \frac{\min(50, \max(5, S)) - 5}{45}\right)$$

,aholS a vállalat éves árbevétele millió euróban megadva és ϱ_1, ϱ_2 a lehetséges korrelációs tartomány végpontjai. A képlet nagyon pontos közelítéssel az alábbi egyszerűbb alakban is felírható:

$$\varrho \approx \varrho_1 + \left(\varrho_2 - \varrho_1\right)e^{-50\,\bar{p}} - 0.04\left(1 - \frac{\min(50, \max(5, S)) - 5}{45}\right)$$

. Az SME szegmensben a nagyvállalatokhoz képest az elérhető legnagyobb vállalatméret alapú korreláció redukció mértéke tehát 4%.

3. Szisztematikus vs. egyedi kockázatok

Az egyedi kockázat elhanyagolása a kockázat alulbecsléséhez vezet, ezért fontos pontosan is megvizsgálni, hogy melyek az elhanyagolás lényeges kritériumai. A tőkeegyezmény második konzultációs anyagában még szerepelt az ún. granularitási korrekciós tag, amellyel éppen az elhanyagolás okozta hibát próbálták korrigálni. Érdekes, hogy a harmadik konzultációs anyagban a korrekciós tag alkalmazásának követelménye már nem jelenik meg. Ennek okaként leginkább a korrekciós képlet bonyolultságára szoktak hivatkozni. Az USA-ban a korrekciós tag alkalmazása azonban továbbra is kötelező marad.

A következő számítások segítségével megvizsgáljuk a nem szisztematikus kockázat diverzifikálódásának feltételeit. Először az előző pontban már felírt egyedi varianciát számoljuk végig:

$$\sigma_{\mathrm{DIV}}^2 = \mathrm{E}\left[\sigma^2(L|X)\right] = \mathrm{E}\left[\sum_A \overline{L}_A^2\left\{p_A(X)\left(1-p_A(X)\right)+p_A(X)\tilde{\sigma}^2\left(L_A\right)\right\}\right] =$$

$$= \sum_A \overline{L}_A^2 \mathrm{E}\left\{p_A(X)-p_A^2(X)+p_A(X)\tilde{\sigma}^2\left(L_A\right)^2\right\} = \sum_A \overline{L}_A^2\left\{\bar{p}_A\left(1+\tilde{\sigma}^2\left(L_A\right)-\bar{p}_A\right)-\sigma^2\left(p_A\right)\right\}$$

Második lépésben a szisztematikus varianciát fejtjük ki részletesebben:

$$\sigma_{\mathrm{SYS}}^2 = \sigma^2\left(\mathrm{E}(L|X)\right) = \sigma^2\left(\sum_A \overline{L}_A p_A(X)\right) = \sum_A \sum_B \overline{L}_A \overline{L}_B COV\left(p_A, p_B\right)$$

Ha N jelöli a portfólió elemszámát (azaz az adósok számát), akkor a részletes felírásokból látszik, hogy az egyedi variancia valóban (egyszeres összegzésként) N-nel, míg a szisztematikus szórásnégyzet (a kettős összegző formula miatt) N^2-tel arányos. Ha tehát N tetszőlegesen nagy lehetne, akkor biztos, hogy a kifejezésekben szereplő konstansoktól függetlenül az idioszinkratikus tag elhanyagolhatóvá válna. A valóságos portfóliókban természetesen az elemszám nem végtelen nagy, ezért szükséges a szummákban szereplő konstansok vizsgálata is.

Bár tudjuk, hogy a portfólión keletkező teljes veszteség szórása önmagában nem jó kockázati mérték, de a későbbiekben kiderül, hogy bizonyos feltételezések mellett felhasználhatjuk szofisztikált kockázati mértékek becslésére is. Ezen túl Bázel II. követelmény is, hogy a megújuló lakossági termékek esetében (hitelkártya, folyószámla-hitel) a bankoknak meg kell becsülniük a szórást, ui. bizonyos tőkekövetelmény kedvezmények igénybevételéhez (ez maximum a várható veszteség 75 százaléka lehet) igazolni kell, hogy a jövőbeni kockázati felár bevétel (FMI: *Future Margin Income*) több mint kétszer a veszteség szórásával meghaladja a várható veszteséget. E fejezetben „receptet" adok a szórás Bázel II. konzisztens meghatározására.

A második képletből jól látható, hogy a szisztematikus kockázat lényegében a csődvalószínűségek kovarianciájából fakad, tehát abból, hogy a szisztematikus kockázati faktorra a csődvalószínűségek összefüggő módon reagálnak. A következőekben kiszámoljuk a kovarianciákat az eddig megismert egyfaktoros CreditMetrics (*Gupton–Finger–Bhatia* 1997), továbbá az egyfaktoros CreditRisk+ (CR+) modell (*Credit Suisse Financial Products* 1997) feltevései mellett. A CR+ a CreditMetrics portfóliószemléletű hitelkockázati modell mellett a másik, a világon leginkább elterjedt aktuárius szemléletű portfólió-modell.

Az egyfaktoros CR+ modellben a csődvalószínűség mint valószínűségi változó a következőképpen írható fel:

$$p_A(X) = \bar{p}_A\left[\,w_A X + 1 - w_A\right],$$

ahol az X egy várható értékű, és $\sigma\,(X)$ szórású Gamma eloszlású szisztematikus kockázati faktor. Könnyen látható, hogy a csődvalószínűség szórása arányos a csődvalószínűséggel, annak $a_A = w_A\sigma\,(X)$-szorosa:

$$\sigma\,(p_A) = w_A\sigma\,(X)\,\bar{p}_A\,.$$

A w_A paraméter a szektor súly (vagy szisztematikus faktor súly), 0 és 1 közötti értéket vehet fel és a vállalat csődvalószínűségének a szisztematikus kockázati faktorra való érzékenységét méri (*Janecskó* 2002).

A CR+ technikai dokumentációjában a értékét tapasztalati számok alapján 2-re állítják be. Gordy (2000) cikkében található egy táblázat, amelyben empirikus a értékek szerepelnek. Itt az a értékek S&P rating kategóriánként vannak meghatározva:

1. táblázat. S&P ratingek, csődvalószínűségek és volatilitás szorzók

S&P Rating	P	$\alpha = \dfrac{\sigma(p)}{p}$
AAA	0,01%	1,4
AA	0,02%	1,4
A	0,06%	1,2
BBB	0,18%	0,4
BB	1,06%	1,1
B	4,94%	0,55
CCC	19,14%	0,4

Forrás: Gordy (2000), Gupton-Finger-Bhatia (1997)

Két adós csődvalószínűségének kovarianciája megegyezik a két szórás szorzatával, mivel az egyfaktoros modellben a csődvalószínűségek korrelációja 1 (tökéletesen korrelálnak a csődvalószínűségek, ugyanis egyetlen közös szisztematikus kockázati faktor determinálja az értékeiket):

$$COV(p_A, p_B) = \bar{p}_A\bar{p}_B a_A a_B.$$

Az egyfaktoros CreditMetrics modellben a csődvalószínűségek kovarianciájának meghatározása valamivel bonyolultabb. A levezetésben *Gordy* (2000) cikkének függelékében található trükköt alkalmazzuk. Amennyiben ismerjük a szisztematikus kockázati faktor értékét, akkor az együttes csőd (dupla-default) valószínűségét a következőképpen írhatjuk fel:

$$\Pr\,(y_A(X) < \Phi^{-1}, y_B\,(X) < \Phi^{-1}\,(\bar{p}_B)) = p_A\,(X)\,p_B\,(X),$$

mivel X ismeretében a fizetési képesség folyamatok csak idioszinkratikus kockázatokat hordoznak magukban, tehát függetlenek. A kovarianciát definíciója alapján e képlet bal oldalának várható érték képzésével határozzuk meg, ugyanis:

$$COV(p_A, p_B) = \mathrm{E}\,[\,p_A\,(X)\,p_B\,(X)] - \bar{p}_A\bar{p}_B.$$

Mivel az y_A és y_B eszközérték folyamatok standard normális eloszlásúak és közöttük a korreláció értéke $\sqrt{\varrho_A \varrho_B}$[5], továbbá feltételezve, hogy a fizetési folyamatok együttes eloszlása is kétváltozós normális eloszlású[6] a kovarianciára a következő kifejezés adódik:

$$COV(p_A, p_B) = F\left(\Phi^{-1}(\bar{p}_A), \Phi^{-1}(\bar{p}_B), \sqrt{\varrho_A \varrho_B}\right) - \bar{p}_A, \bar{p}_B,$$

ahol F (x_1, x_2, r) a kétváltozós kumulált standard normális eloszlás r korrelációs paraméterrel[7]. Látható, hogy amíg a CreditMetrics modellben a csődvalószínűségek kovarianciájára viszonylag bonyolult kifejezés adódott (pl. standard Excel függvény nem létezik rá), addig a CreditRisk+ modellben egyszerű a számolás. Nem véletlen, hogy a Bázel II. korábbi verziójában is a granularitási korrekció meghatározásához áttértek a CreditRisk+ metodikájára. Ha az IRB módszer (CreditMetrics alapú) korrelációs paraméterével konzisztensek akarunk maradni, akkor pl. α_A (CreditRisk+) paramétert megválaszthatjuk úgy, hogy az A adós csődvalószínűségének varianciájára mindkét modellben ugyanaz az érték adódjon:

$$\alpha_A = \sqrt{\frac{F\left(\Phi^{-1}(\bar{p}_A), \Phi^{-1}(\bar{p}_A), Y_A\right) - \bar{p}_A^2}{\bar{p}_A^2}}$$

Eddigi eredményeink alapján most már felírhatjuk a diverzifikálható és szisztematikus szórások hányadosát:

$$\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}} = \frac{\sqrt{\sum_A \bar{L}_A^2 \left\{\bar{p}_A\left(1 - \bar{p}_A\left(1 - \tilde{\sigma}^2(L_A) + \alpha_A^2\right)\right)\right\}}}{\sum_A \sum_B \bar{L}_A \bar{L}_B \bar{p}_A \bar{p}_B \alpha_A \alpha_B}$$

Itt további egyszerűsítésként feltételezem, hogy az LGD x EAD paraméter szórása elhanyagolhatóan kicsi a várható értéke körül:

$$\tilde{\sigma}^2 (L_A) = 0 .$$

Feltételezve a homogenitást, azaz, hogy minden adós azonos (feltétel nélküli) csődvalószínűségű, tehát:

[5] Ez az összefüggés triviálisan adódik abból, ha két eszközérték folyamatot összeszorzunk, és képezzük a várható értéket.

[6] Megjegyzem, hogy az együttes eloszlás normalitása nem következik semmiből, általánosságban a marginális eloszlásokból kopulák segítségével lehet együttes eloszlásfüggvényeket konstruálni, lsd. pl. az Embrechts–Kluppelberg-Mikosch (1997) könyvben.

[7] Lsd. pl. Pál (1995) 301. oldal: $F(y_1, y_2, r) = \frac{1}{2\Sigma\sqrt{1-r^2}} \int_{-\infty}^{y_1} \int_{-\infty}^{y_2} e^{\frac{x_1^2 - 2rx_1x_2 + x_2^2}{2(1-r^2)}} dx_1 dx_2$ A konkrét számításokat MATLAB-ban a DBLQUAD numerikus kettős integrálás segítségével végeztem el, az integrálás alsó határát −5-re választottam, mivel a korreláció értékétől függetlenül a standard 2 dimenziós normális eloszlás −5 és 5 között már nagy pontossággal egyre normált.

$$\forall A\text{-ra} \quad \bar{p}_A = p$$

a variancia kifejezések a következő alakra egyszerűsödnek.

$$\sigma_{DIV}^2 = p\left(1 - p\left(1 + \alpha^2\right)\right) \sum_A \bar{L}_A^2$$

$$\sigma_{SYS}^2 = p^2 \alpha^2 \sum_A \sum_B \bar{L}_A \bar{L}_B$$

A szórások aránya tehát:

$$\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}} = \sqrt{\frac{\left(1 - p\left(1 + \alpha^2\right)\right) \quad \sum_A \bar{L}_A^2}{p\alpha^2 \quad \sum_A \sum_B \bar{L}_A \bar{L}_B}}$$

Még tovább egyszerűsítve a hányadost feltételezem, hogy minden kintlevőség azonos nagyságú, vagyis:

$$\forall A\text{-ra} \quad \bar{L}_A = l$$

Mindezen egyszerűsítésekkel a szóráshányadosa a következő kifejezés adódik:

$$\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}} = \sqrt{\frac{\left(1 - p\left(1 + \alpha^2(p, \varrho)\right)\right)}{p\alpha^2 (p, \varrho)} \frac{1}{N}}$$

Ezt az eredményt az ún. finom szemcsézettség kritériumával is közelítőleg elérhetjük. Ilyenkor a kintlevőségek nem azonos nagyságúak, hanem csak egyenként elhanyagolhatóan kis méretűek a teljes portfólió méretéhez képest. A bizonyítás a következő észrevételre épít:

$$\frac{\sum_A \bar{L}_A^2}{\sum_A \sum_B \bar{L}_A \bar{L}_B} = \frac{\sum_A \bar{L}_A^2}{\left(\sum_A \bar{L}_A\right)^2} = \sum_A \left(\frac{\bar{L}_A}{\sum_A \bar{L}_A}\right)^2 = \sum_A \varepsilon_A^2 \approx \sum_A \frac{1}{N^2} = N\frac{1}{N^2} = \frac{1}{N}$$

E levezetés bal oldalán szereplő kifejezés a *Basel Committee on Banking Supervision* (2001) második konzultációs anyagában is feltűnik. Koncentrációs H mutatóként említik (Herfindahl index), finom szemcsézettség esetén e fenti levezetés alapján $\frac{1}{N}$ szerint tart a nullához, a másik szélsőséges esetben pedig, amikor egyetlen nagy kintlevőség dominálja a portfóliót értékét a H egyhez tart. Ha $M<N$ darab azonos méretű kintlevőségen oszlik meg a teljes portfólió és $N–M$ darab elhanyagolható kintlevőség van, akkor a Herfindahl index értéke éppen M.

A következő finoman szemcsézett portfóliókra vonatkozó táblázatban tipikusnak mondható csődvalószínűségekre (vállalatokra a korábbi táblázat S&P csődvalószínűségeket, illetve lakossági termékekre a banki gyakorlatból vett, tipikusnak mondható valószínűségeket használtam) megadom a Bázel II. anyagban feltételezett korrelációs függvénnyel kiszámolt korreláció-értékékeket, továbbá az α implikált CR+ volatilitás szorzót, a szóráshányadost (vállalatokra N=3000, lakossági portfóliókra N=5000 feltételezéssel), továbbá azt a kritikus portfólió méretet (elemszámot), amelynél nagyobb elemszámú portfólió esetében az idioszinkratikus szórás nem haladja meg a szisztematikus szórás 10 százalékát (azaz az egyedi szórás egy nagyságrenddel kisebb a szisztematikus szórásnál).

2. táblázat Kritikus nagyvállalati (CORP) és kis- és középvállalati (SME, 5 millió EUR árbevétel) portfólió méret

RATING	p	ϱ		α		$\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}}$ N=3000		N^*	
		CORP	SME	CORP	SME	CORP	SME	CORP	SME
AAA	0,01%	23,9%	19,94%	454	360	40	51	48464	77149
AA	0,02%	23,9%	19,88%	397	319	32	40	31626	48897
A	0,06%	23,6%	19,65%	317	261	23	28	16447	24352
BBB	0,18%	23,0%	18,97%	248	207	17	21	8952	12784
BB	1,06%	19,1%	15,06%	147	125	12	14	4201	5907
B	4,94%	13,0%	9,02%	81	66	10	12	2816	4331
CCC	19,14%	12,0%	8,00%	50	41	7	9	1559	2426

Forrás: Saját szerkesztés

3. táblázat Kritikus lakossági portfólió méret J: jelzáloghitelek, M: megújuló hitelek (folyószámlahitel, hitelkártya) és E: egyéb hitelek (személyi kölcsön) kategóriákban

p	ϱ			α			$\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}}$ N=3000			N^*		
	J	M	E	J	M	E	J	M	E	J	M	E
1%	15%	7%	13%	1,26	0,80	1,12	0,11	0,17	0,13	6165	15214	7855
2,5%	15%	5%	8%	1,04	0,52	0,73	0,08	0,17	0,12	3508	14191	7306
5%	15%	3%	5%	0,88	0,35	0,46	0,07	0,18	0,13	2352	15624	9019
7,5%	15%	2%	3%	0,79	0,28	0,34	0,06	0,17	0,15	1890	15205	10769
10%	15%	2%	2%	0,72	0,25	0,28	0,06	0,17	0,15	1631	13847	11579
15%	15%	2%	2%	0,63	0,22	0,23	0,05	0,15	0,15	1346	11475	11060
20%	15%	2%	2%	0,56	0,20	0,20	0,05	0,14	0,14	1191	10035	9968

Forrás: Saját szerkesztés

Érdekes megfigyelni, hogy a Bázel II. korrelációs paraméterekből visszakövetkeztetett volatilitás szorzók egész közel esnek az 1. táblázatbeli empirikus értékekhez. E táblázatok segítségével egy konkrét portfólió esetében közelítőleg megítélhető, hogy a Bázel II. tőkekövetelmény összhangban van-e a valós kockázatokkal, vagy esetleg granularitás korrekciót kellene alkalmazni. Pl. egy homogén BB minősítésű ügyfelekből álló vállalati portfólió ese-

tében ha az ügyfelek száma több mint 4200, akkor az idioszinkratikus kockázat valóban elhanyagolhatónak tűnik, kisebb portfólióknál az egyedi kockázatok diverzifikációja nem tökéletes.

A következő fejezetben azt vizsgálom meg, hogy a nem diverzifikálódó egyedi kockázatok miatt hogyan kell módosítani a tőkekövetelmény meghatározását.

4. Granularitás korrekció

A valós portfóliók természetesen nem homogének és nem végtelenül finoman szemcsézettek. Ilyen esetben a portfóliót alkotó elemek tőkekövetelménye nem határozható meg egyedi módon, a portfólió tőkekövetelménye nem egyezik meg az elemek portfólió-független tőkekövetelményeinek összegével. Ennek fő oka tehát az, hogy az egyedi (idioszinkratikus) kockázatok nem diverzifikálódnak.

A szakirodalomban *Wilde* (2001), *Martin-Wilde* (2002) és a második konzultációs anyagban *Basel Committee on Banking Supervision* (2001) részletesen megtalálható az egyedi kockázatokat is figyelembe vevő granularitás korrekció meghatározásának metódusa.

Az előző fejezet levezetései alapján triviálisan adódnak az eredmények. Rating kategóriánként homogén portfóliót feltételeznek és az egyedi kockázatokat a Herfindahl index segítségével írják le, továbbá az egyfaktoros CreditMetrics modellhez most nem a csődvalószínűségek szórásainak, hanem percentiliseinek egyenlővé tételével illesztik az egyfaktoros CreditRisk+ modellt (azaz az α_A paramétert). Ez a fajta modellillesztés matematikailag egyszerűbb feladat, mint amelyet az előző fejezetben bemutattam.

Mivel viszonylag hosszadalmas levezetésről (és terjedelmes képletekről) van szó, ezért egy kevésbé pontos, de annál szemléletesebb számítást mutatok be a granularitás korrekció meghatározására. Ezelőtt azonban még bemutatom az $\alpha_A = w_A \sigma(X)$ paraméter illesztésének újfajta megközelítését.

A csődvalószínűség q-ik percentilise a CreditMetrics modellben megegyezik a korábban már levezetett CR függvénnyel:

$$\mathrm{VaR}\left(p_A(X), q\right) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}\left(\bar{p}_A\right) - \sqrt{\varrho_A}\,\Phi^{-1}(1-q)}{\sqrt{1-\varrho_A}}\right),$$

az egyfaktoros CreditRisk+ modellben pedig triviálisan adódik:

$$\mathrm{VaR}\,(p_A(X),q) = \mathrm{VaR}\,\bar{p}_A[w_A X + 1 - w_A],q) = \bar{p}_A\,[w_A \mathrm{VaR}\,(X,q) + 1 - w_A]$$

ahol az X q-ik percentilisét az egy várható értékű és $\sigma(X)$ szórású Gamma eloszlás segítségével lehet kiszámolni[8]. A bázeli ajánlás (hasonlóan a CR+ modellhez) $\sigma(X) = 2$ feltevéssel él, és w_A-t e fenti két percentilis egyenlővé tételével határozza meg. Ezek után $\sigma(p_A) = w_A \sigma(X)\,\bar{p}_A$ összefüggést helyettesíti be az egyedi és szisztematikus varianciák

[8] Excelben a GAMMAINV (probability, alpha, beta) függvény használható. Alpha és beta megadható a várható érték és a szórás paraméterekkel: $a = \left(\frac{\mu}{\sigma}\right)^2$ és $E = \frac{\sigma^2}{\mu}$. Most $\mu = 1$ és $\sigma = 2$, tehát GAMMAINV (0,999;0,25;4) függvényt kell használni. Értéke 17.5 adódik.

képleteibe. A számításokban a továbbiakban azt sem feltételezi, hogy az ügyletek LGD×EAD paramétere determinisztikus lenne, hanem a következő kifejezés szerint szóródhat a várható érték körül:

$$\tilde{\sigma}^2(L_A)=\frac{L_A(1-L_A)}{4L_A^2}.$$

Ezen a ponton rátérek a granularitási korrekció szemléletes bemutatására.

A bázeli harmadik konzultációs anyag feltételezte, hogy a portfólió tőkekövetelménye (a veszteség eloszlásfüggvényének percentilise) megegyezik a várt (EL: *Expected Loss*) és nem várt veszteségek (UL: *Unexpected Loss*) összegével. Intuitíve feltehető, hogy UL arányos a veszteség szórásával (nyilván az arányossági tényező függ a megcélzott biztonsági szinttől):

$$UL = \beta\sigma\,(L)\,.$$

Eredetileg a szisztematikus kockázatokat fedező tőkekövetelményt számoltuk:

$$CR_{SYS} = EL + UL_{SYS} = EL + \beta\sigma_{SYS}\,.$$

Az egyedi kockázatokat is fedező tőkekövetelmény a következő lenne:

$$CR_{TOTAL} = EL + UL_{TOTAL} = EL + \beta'\sigma'_{TOTAL}\,.$$

Természetesen a szórás arányossági tényezők eltérőek, pontosan csak a veszteség eloszlásfüggvényének ismeretében lehet meghatározni ezeket. Korábban már láttuk, hogy a teljes varianciát egyedi és szisztematikus varianciák összegére bontottuk fel:

$$\sigma^2_{\mathrm{TOTAL}} = \sigma^2_{\mathrm{DIV}} + \sigma^2_{\mathrm{SYS}}\,.$$

Mindezek alapján – továbbá feltéve hogy a várható veszteség elhanyagolható a nem várt veszteséghez képest (illetve a Bázeli Bizottság 2003 októberi sajtónyilatkozata alapján is megtehető az elhanyagolás, mivel elfogadták, hogy a bankok a tőkekövetelmény EL részét céltartalékolással és kockázati felár képzéssel oldják meg, tehát a CR csak az UL-t kell hogy fedezze), illetve a β arányossági tényezők közelítőleg egyenlőek – a teljes és a szisztematikus tőkekövetelmények arányára, azaz a granularitási korrekcióra a következő összefüggés adódik:

$$G=\frac{CR_{TOTAL}}{CR_{SYS}}-1\approx\frac{\sigma_{TOTAL}}{\sigma_{SYS}}-1=\frac{\left(\sigma^2_{DIV}+\sigma^2_{SYS}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sigma_{SYS}}-1=\left(1+\left(\frac{\sigma_{DIV}}{\sigma_{SYS}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}-1\approx\frac{1}{2}\frac{\sigma^2_{DIV}}{\sigma^2_{SYS}}.$$

Felhasználva a korábban már – homogén portfólió feltételezés mellett – levezetett variancia arányt, a granularitási korrekció a következő közelítő képlettel adható meg:

$$G\approx\frac{\left(1-p\left(1+\beta^2(p,\varrho)\right)\right)}{2p\beta^2(p,\varrho)}\frac{1}{\tilde{N}},$$

ahol $\tilde{N}=\frac{1}{H}$ a Herfindahl index reciproka, egyfajta effektív ügyfélszám[9]. Valós banki vállalati portfólión tesztelve 3000 ügyfél mellett az effektív ügyfélszámra 150 adódott (150 nagy ügyfélen oszlott szét a teljes EADxLGD 70%-a). A 2. és 3. táblázatban a különböző eszköz szegmensekre megadott kritikus portfólió méretekből most triviálisan származtathatóak azok az effektív portfólió méretek, amely felett a granularitás korrekció például 1 százaléknál kisebb (azaz a tőkekövetelmény növekmény két nagyságrenddel kisebb az eredeti tőkekövetelményhez képest). A szóráshányadosoknál alkalmazott 10 százalékos nagyságrendű korrekció itt már jelentősnek lenne mondható, hiszen az a működési kockázat tőkekövetelményének nagyságrendjébe esne. Az 1 százalékos és 10 százalékos elhanyagolási küszöbértékek megválasztása esetén triviálisan adódik: $\tilde{N}=\frac{N^*}{2}$, azaz a granularitás szempontjából kritikus effektív ügyfélszám éppen a fele a korábban már a szórás szempontjából meghatározott kritikus tényleges ügyfélszámnak. Tehát például a 3. táblázat alapján egy 5 százalékos átlagos csődvalószínűségű homogén jelzáloghitel portfólióban legalább 2352/2=1176 darab effektív ügyfélnek kell szerepelni, hogy a granularitás korrekció elhanyagolható legyen. Érdekes azt is megvizsgálni, hogy rögzített (effektív) elemszámok mellett milyen nagyságrendű a korrekció. Ezeket az eredményeket a 4. és 5. táblázatban adom meg.

4. táblázat: Granularitás korrekció (tőkekövetelmény növekmény) különböző effektív ügyfélszámú nagy-vállalati és kis- és közép-vállalati portfóliókra

RATING	PD	CORP	SME	CORP	SME	CORP	SME
		10000	10000	1000	1000	200	200
AAA	0,01%	2,4%	3,9%	24,2%	38,6%	121,2%	192,9%
AA	0,02%	1,6%	2,4%	15,8%	24,4%	79,1%	122,2%
A	0,06%	0,8%	1,2%	8,2%	12,2%	41,1%	60,9%
BBB	0,18%	0,4%	0,6%	4,5%	6,4%	22,4%	32,0%
BB	1,06%	0,2%	0,3%	2,1%	3,0%	10,5%	14,8%
B	4,94%	0,1%	0,2%	1,4%	2,2%	7,0%	10,8%
CCC	19,14%	0,1%	0,1%	0,8%	1,2%	3,9%	6,1%

Forrás: Saját szerkesztés

[9] Itt tehát (PD-ben) homogén portfóliót feltételeztem, de a kockáztatott kintlévőségek nem feltétlenül azonosak. Tehát ismétlésképpen az effektív ügyfélszám a Herfindahl-index reciprokával egyezik meg, azaz:

$$\tilde{N}=\frac{1}{H}=\left(\frac{\sum_A \bar{L}_A^2}{\sum_A\sum_B \bar{L}_A\bar{L}_B}\right)^{-1}.$$

5. táblázat: Granularitás korrekció (tőkekövetelmény növekmény) különböző effektív ügyfélszámú lakossági portfóliókra J: jelzáloghitelek, M: megújuló hitelek (folyószámlahitel, hitelkártya) és E: egyéb hitelek (személyi kölcsön) kategóriákban

p	J	M	E	J	M	E	J	M	E
	10000	10000	10000	5000	5000	5000	1000	1000	1000
1%	0,3%	0,3%	0,3%	0,6%	0,6%	0,6%	3,1%	3,1%	3,1%
2,5%	0,2%	0,2%	0,2%	0,4%	0,4%	0,4%	1,8%	1,8%	1,8%
5%	0,1%	0,1%	0,1%	0,2%	0,2%	0,2%	1,2%	1,2%	1,2%
7,5%	0,1%	0,1%	0,1%	0,2%	0,2%	0,2%	0,9%	0,9%	0,9%
10%	0,1%	0,1%	0,1%	0,2%	0,2%	0,2%	0,8%	0,8%	0,8%
15%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,7%	0,7%	0,7%
20%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,1%	0,6%	0,6%	0,6%

Forrás: Saját szerkesztés

Látható, hogy például egy nagyon jó minőségű AAA nagyvállalati ügyfelekből álló, de koncentrált portfólióra ($\tilde{N} = 200$) a valós tőkekövetelmény 121,2 százalékkal nagyobb a csak szisztematikus kockázatokat figyelembe vevő Bázel II. tőkekövetelménynél. Persze igaz, hogy a IRB módszerben a AAA-s ügyfelek 0,01 százalékos csődvalószínűségére nagyon kicsi 0,6 százalékos tőkekövetelmény adódik (egyébként minimum 0,03 százalék csődvalószínűség értéket kell egy rating kategóriához rendelni.) Nagyon gyenge minőségű portfólióknál a granularitási korrekció mértéke nem jelentős. Reális méretű és kockázati összetételű vállalati portfóliókon azonban szignifikáns korrekciót igényelne a nem diverzifikálódó egyedi kockázat, ugyanakkor reális méretű lakossági portfóliókra a granularitási korrekció elhanyagolható. Ezek a megállapítások ténylegesen egybeesnek a közgazdasági intuícióval is.

5. Záró megjegyzések

A Bázel II. tőkeegyezmény közgazdasági modellje a granularitási korrekción túl egy másik nagyon fontos kockázati elemet is figyelmen kívül hagy: nevezetesen a biztosítékok értékének szisztematikus kockázati faktorra való érzékenységét. Ez egy újabb szisztematikus, nem diverzifikálható elemet hoz be a veszteség szórásnégyzetébe. *Frye* (2000a, 2000b) cikkeiben egy az adós fizetési képesség folyamatához nagyon hasonló egyszerű modellt vezet be a biztosítéki érték alakulásának leírására is. A csőd utáni kintlevőségre vetített százalékos veszteség, azaz az LGD a várható értéke körül normális eloszlás szerint ingadozhat. A várható értéktől való eltérést a fizetőképességet is alakító szisztematikus kockázati faktor és az idioszinkratikus tag lineáris kombinációja határozza meg. Az LGD és a szisztematikus kockázati faktor közötti korreláció 40 százalék és 60 százalék között változik. Frye modellje segítségével a Bázel II. CR függvénynél szigorúbb módosított CR függvény a tanulmányban bemutatott levezetések segítségével könnyen kiszámolható.

A garanciával fedezett követelések Bázel II. kezelése rendkívül konzervatív. Bázel II. szerint garanciával teljesen lefedezett kintlevőség tőkekövetelménye megegyezik a garantőrre

számolt tőkekövetelménnyel, ha a garantőr PD-je alacsonyabb az eredeti adós PD-jénél, egyéb esetben a garanciának nincs beszámítható kockázatcsökkentő hatása. Ez a metódus nyilvánvalóan téves, hiszen bármilyen rossz minősítésű is a garantőr, az általa nyújtott garancia mindenképpen kockázatcsökkentő, hiszen az egyenes adós és a garantőr szimultán csődjének (nemfizetésének) a valószínűsége biztos, hogy kisebb vagy egyenlő, mint az eredeti adós PD-je. A kettős default valószínűsége elvileg meghatározható az alapmodell segítségével. *Heitfield* (2003) cikkében megtalálható a pontos levezetés. A cikk alapfeltevése, hogy az egyenes adós és a garantőr fizetési képesség folyamataiban szereplő idioszinkratikus tagok egymással korrelálnak, továbbá, hogy a folyamatok együttes eloszlása is normális (itt a kopulák irányába általánosítható lenne a modell). E feltevésekkel a tőkekövetelmény az együttes csődvalószínűség 99,9 százalékos percentilise és az adósra valamint a garantőrre is meghatározható EADxLGD-k szorzataként áll elő. Az idioszinkratikus tagok közötti korrelációs paraméter 0 és 1 értékei mellett a végső képlet egyszerűen interpretálható formát ölt, de ennek részletes kifejtése már egy új tanulmány témája lehet. A garantált követelések e szofisztikáltabb kockázati modellezése technikai okokból tűnik nehezen bevezethetőnek, mivel pl. a kétváltozós normális eloszlás viszonylag nehezen előállítható függvény.

Felhasznált irodalom

Basel Committee on Banking Supervision 2001: The New Basel Capital Accord. 2nd Consultative Document. *Bank for International Settlements,* Bázel.

Basel Committee on Banking Supervision 2003: The New Basel Capital Accord. 3rd Consultative Document. *Bank for International Settlements,* Bázel.

Burgisser, P. – Kurth, A. – Wagner, A. – Wolf, M. 1999: Integrating Correlations. *Risk,* 12, 7, 57–60. o.

Burgisser, P. – Kurth, A. – Wagner, A. 2001: Incorporating Severity Variations into Credit Risk. *Journal of Risk,* 3 (4), 5–31. o.

Credit Suisse Financial Products 1997: *CreditRisk+, A Credit Risk Management Framework.* Credit Suisse Financial Products, London, http://www.csfb.com/creditrisk/

Embrechts, P. – Kluppelberg, C. – Mikosch, Th. 1997: *Modelling Extremal Events.* number 33. Applications of Mathematics, Springer-Verlag, Berlin.

Ong, M. K. 2004: *The Basel Handbook: A guide for Financial Practitioners.* Risk Books. London.

Frye, J. 2000a: Collateral Damage: A Source of Systematic Credit Risk. *Risk,* 13, 4, 91–94. o.

Frye, J. 2000b: Depressing Recoveries. *Risk,* 13, 11, 108–111. o.

Gordy, M. B. 2000: A Comparative Anatomy of Credit Risk Models. *Journal of Banking and Finance,* 24, 1–2. 119–149. o.

Gordy, M. B. 2001: *Credit VaR and Risk-Bucket Capital Rules: A Reconciliation.* Proceedings of the 36th Annual Conference of Bank Structure and Competition., New York

Gupton, G. M. – Finger, Ch. C. – Bhatia, M. 1997: *CreditMetrics-Technical Document.* J. P. Morgan & Co. Incorporated, New York.

Heitfield, E. 2003: Using guarantees and credit derivatives to reduce credit risk capital requirements under the new Basel Capital Accord. In: *Credit Derivatives: the Definitive Guide,* J. Gregory (Ed.), Risk Books

Moody's 2001: *Historical Default Rates of Corporate Bond Issuers,* 1920–1999. Moody's Investors Service, Global Credit Research.

Hallerbach, W. G. 1999: *Decomposing portfolio value-at-risk: A general analysis.* Discussion paper TI 99–034/2, Tinbergen Institute Rotterdam.

Tasche, D. 1999: *Risk contributions and performance measurment.* Working Paper, Technische Universitat München.

Wilde, T. 2001: IRB approach explained. *Risk,* 14, 5, 87–90. o.

Martin, R. – Wilde, T. 2002: Unsystematic credit risk. *Risk,* 15, 11, 123–128. o.

Pykhtin, M. – Dev, A. 2002: Analytical approach to credit risk modelling. *Risk,* 15, 3, 26–32. o.

Kalkbrener, M. – Overbeck, L. 2002: The maturity effect on credit risk capital. *Risk,* 15, 7, 59–63. o.

Hamerle, A. – Liebig, T. – Rösch, D. 2003: Benchmarking asset correlations. *Risk,* 16, 11, 77–81. o.

Pál L. 1995: *A valószínűségszámítás és a statisztika alapjai.* Akadémia Kiadó, Budapest. 297–302. o.